



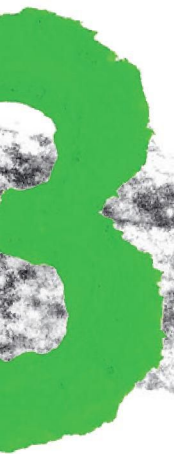




Коли я відчув щось м'яке на дотик,
то інстинктивно спробував його скуштувати.
Це була рідина з важким солодким запахом,
і я миттю проковтнув її.
Тепер ця рідина повільно тече в моєму тілі.

Напрочуд швидко я навчився вправлятися із шістьма
лапками, які вирости з мого тулуба.
Як тільки спробував ходити, вони самі собою заворушилися.
І навіть те, що я майже нічого не бачив, мені не заважало.
Світ на відстані двох міліметрів над поверхнею землі,
у якому змішувалися звуки, запахи, світло та смаки,
був переповнений сяйвом і відчуттями,
яких я раніше не знав.

[Купить книгу на сайті kniga.biz.ua >>>](http://kniga.biz.ua)



Числа й геометричні фігури
відрізняються від людського тіла
і зір: їх не знайдеш ніде у Всесвіті.
Хоча можна побачити 3 ручки
або 3 вівці, окремо «3» не існує.
Ви точно ніде не могли почути:
«Я тут днями побачив справжнє
три. Воно було меншим і блідішим,
ніж я собі уявляв!»




До того як стати мурашкою, я був математиком.
Звичайною людиною і математиком.
Арифметика і геометрія навчають, як на практиці
використовувати числа й геометричні фігури.
Але математика — це не тільки використання чисел і фігур.
Це міркування про їхню справжню суть.
Так само, як лікар вивчає тіло людини, а астроном —
як утворюються зорі, математик досліджує
світ чисел і фігур.

Геометричних фігур теж насправді не існує в реальному світі.
Наприклад, пряма лінія — це те, що має довжину, але не має ширини.
А будь-яка лінія, проведена під лінійку, має товщину бодай
частки грифеля. І тому не є справжньою прямою.

Математики вивчають речі, які насправді не існують.





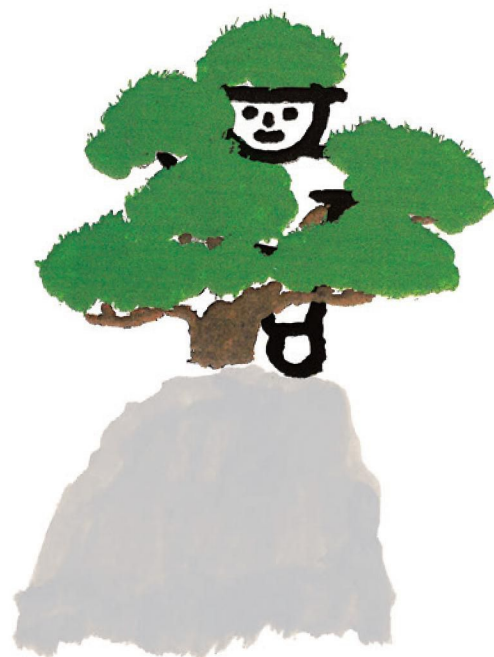
Речі, які насправді не існують,
цікавлять не тільки математиків.
Кожен зрадіє, коли побачить
усмінене обличчя друга,
адже смуток іншої людини навіює сум.
У мить щастя людини або дитячого суму
ми обов'язково це відчуваємо.
Тож де міститься «це»:
щастя чи сум?

Невже в головному мозку?
Аж ніяк, бо мозок —
то лише зібрання клітин,
серед яких не можна виокремити «щастя».
Так само, як немає «З»,
немає окремо «щастя» й окремо «смутку».
Утім, ми можемо виразно відчути,
що на серці в членів родини,
друзів чи коханих.

Так само, як зазвичай думають про настрої членів родини,
друзів і коханих, математики серйозно розмірковують
над числами й геометричними фігурами.
Уважно отак зосередившись, вони дедалі більше наближаються
до розуміння чисел і геометричних фігур.

Є таке японське прислів'я: «Соснового навчайся у сосни».
Якби ти хотів насправді дізнатися про сосну,
мав би повністю осмислити все, що її стосується, —
от ніби сам майже став сосною.
Одним тільки розумом неможливо щось досконально знати.

Хоча розум дозволяє зрозуміти, що «ця людина,
мабуть, сумує», проте він не дає знання про «сум».
Тільки поставивши себе на місце цієї людини так,
що аж сам відчуваєш смуток, уперше починаєш розуміти її сум.
У цьому разі знання чи розуміння означає,
що твоя душа до глибини бринить в унісон із душею
іншої людини, якою ти не є.



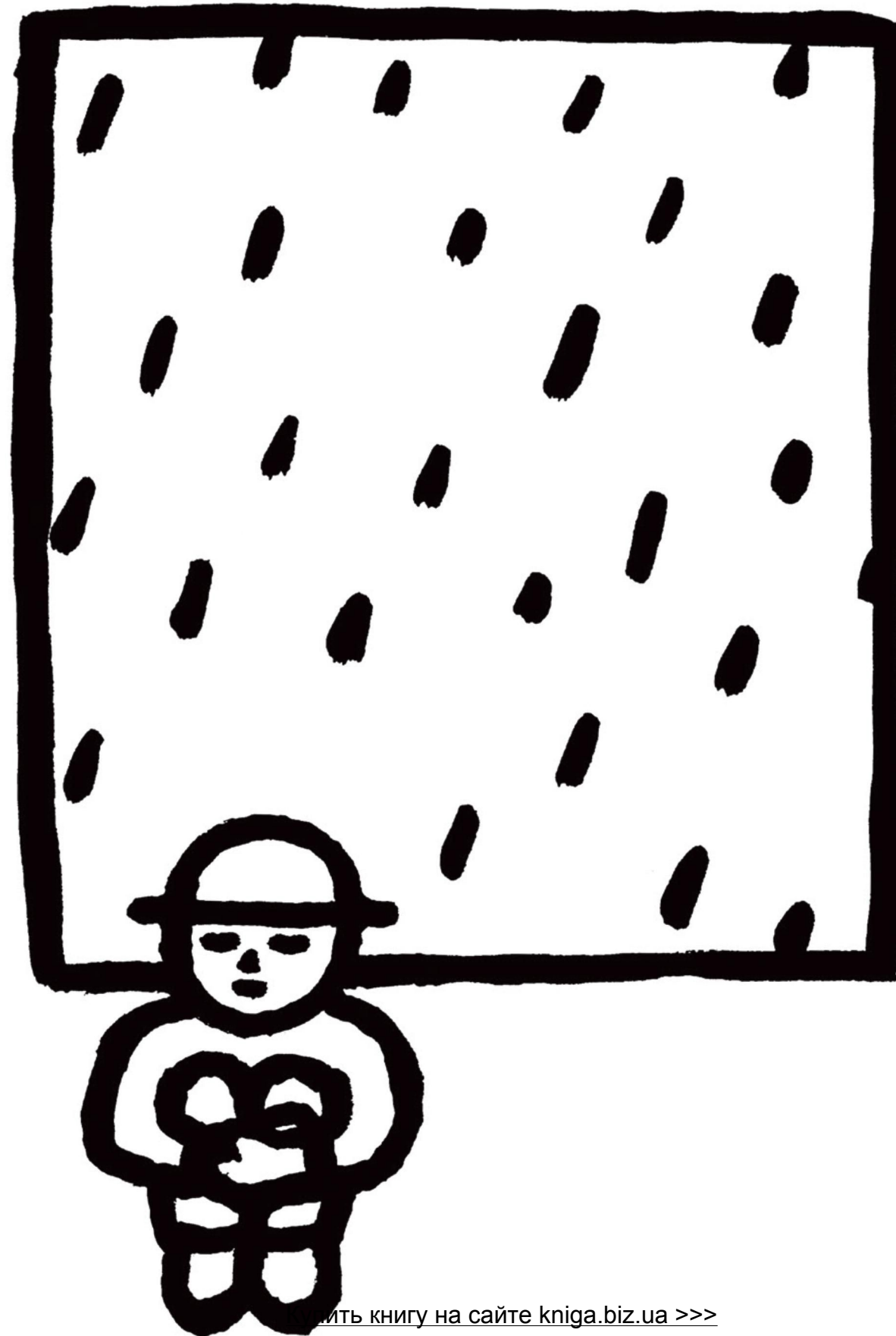
Так і зі знанням математики.
Це не лише вміння вправно рахувати
чи накопичувати інформацію.
Це прагнення почути, як звучать числа і форми,
і поділитися цими знаннями з іншими.
Це найважливіша справа математиків.

[Купить книгу на сайті kniga.biz.ua >>>](http://kniga.biz.ua)

Ось пішов дощ.

Величезні краплини
голосно заторохкотіли по землі:
бац-бац!
Запах води, рух повітря —
усе це я відчуваю всім тілом.
Перший дощ відтоді,
як я став мурахою.

Коли я був людиною,
то любив слухати, як іде дощ.



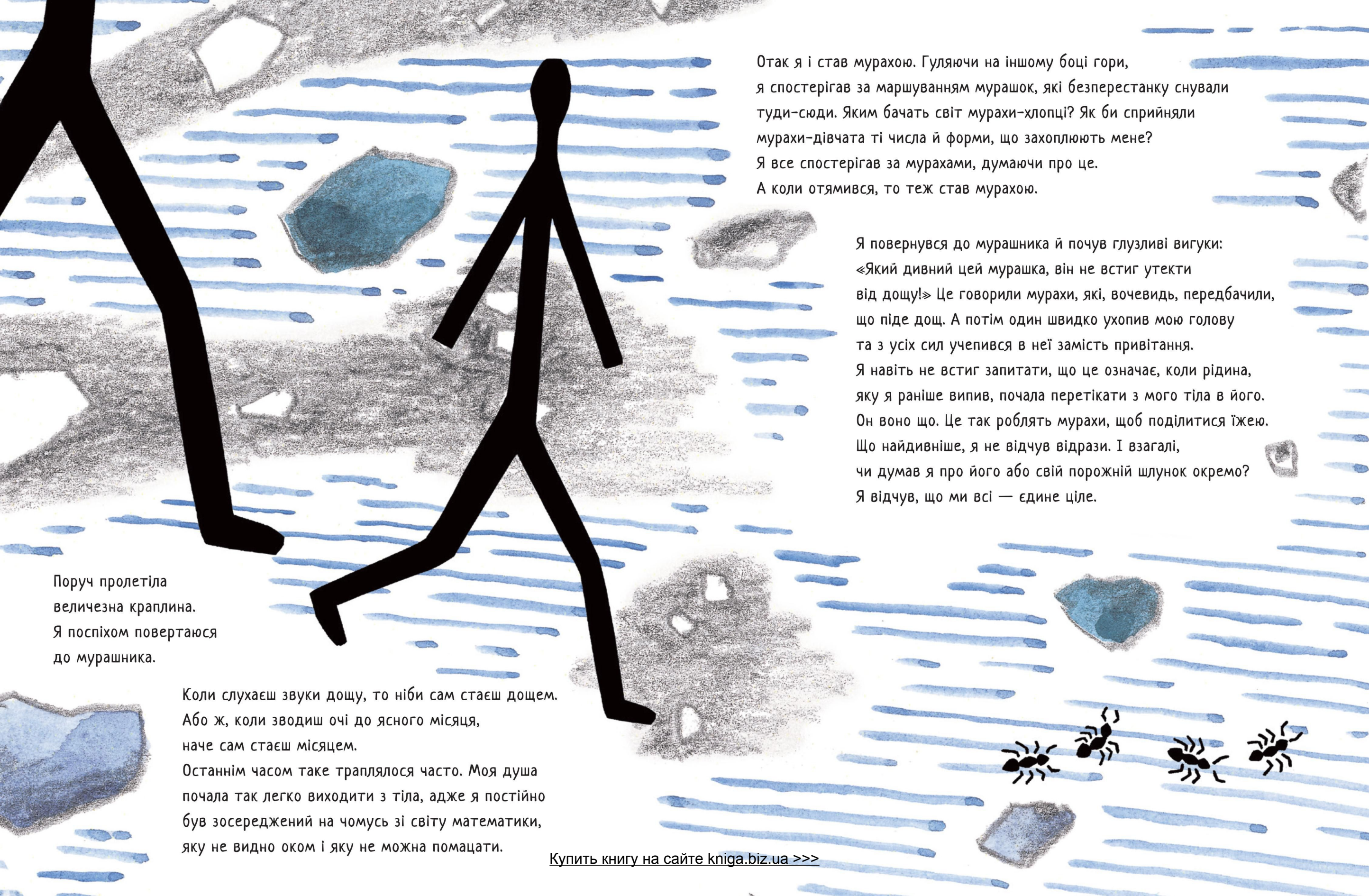
Кап! Кап!
Плюх! Крап-крап!

Звуки крапель,
які злітають із краю даху.
Якщо слухати їх
повернутим до столу,
душа виходить
за межі розуму.

Ш-ш-ш-кап!
Ш-ш-ш-крап-крап!

І стіл, і розкритий зошит
стають такими далекими.
Моя душа перетворюється
на краплю дощу.

Кап-бум! Крап-бум!
Ш-ш-ш...
Плюх!



Поруч пролетіла
величезна краплина.
Я поспіхом повертаюся
до мурашника.

Коли слухаєш звуки дощу, то ніби сам стаєш дощем.
Або ж, коли зводиш очі до ясного місяця,
наче сам стаєш місяцем.
Останнім часом таке траплялося часто. Моя душа
почала так легко виходити з тіла, адже я постійно
був зосереджений на чомусь зі світу математики,
яку не видно оком і яку не можна помацати.

Отак я і став мурахою. Гуляючи на іншому боці гори,
я спостерігав за маршуванням мурашок, які безперестанку снували
туди-сюди. Яким бачать світ мурахи-хлопці? Як би сприйняли
мурахи-дівчата ті числа й форми, що захоплюють мене?
Я все спостерігав за мурахами, думаючи про це.
А коли отямився, то теж став мурахою.

Я повернувся до мурашника й почув глузливі вигуки:
«Який дивний цей мурашка, він не встиг утекти
від дощу!» Це говорили мурахи, які, вочевидь, передбачили,
що піде дощ. А потім один швидко ухопив мою голову
та з усіх сил учепився в неї замість привітання.
Я навіть не встиг запитати, що це означає, коли рідина,
яку я раніше випив, почала перетікати з мого тіла в його.
Он воно що. Це так роблять мурахи, щоб поділитися їжею.
Що найдивніше, я не відчув відрази. І взагалі,
чи думав я про його або свій порожній шлунок окремо?
Я відчув, що ми всі — єдине ціле.

Так само, як мурахи діляться їжею, математики діляться відкриттями. Звісно, один лише факт відкриття ошчасливлює математика. Проте є ще таке особливе щастя: передати ці знання людям і разом ними володіти.

У математиці є гарна особливість: незалежно від країн, незалежно від рас, ці знання можна поширити між людьми. І для англомовних, і для тих, хто говорить арабською, і для буддистів, і для християн площа трикутника дорівнює половині добутку довжини сторони трикутника та довжини проведеної до цієї сторони висоти, 5 — це непарне число, а 3 + 4 дорівнює 7.

Математичні знання можна передати іншому, аби тільки це була людина. Однак більшість живих істот, які населяють Землю, не люди. Цікаво, чи можна взагалі навчити математики істот, які не є людьми?

Те, що люди вважають за очевидне, не обов'язково є таким для інших істот. Наприклад, 1 яблуко, 2 яблука, 3 яблука — ми рахуємо яблука, оскільки маємо очі, щоб їх бачити, та руки, щоб їх підняти. Якби цього не було, ми б не мали схильності звертати увагу на кількість предметів. Наприклад, якби ми так само, як медузи, повільно дрейфували морем і жили, покладаючись не на очі, а на відчуття тіла, можливо, ми б навіть не думали про числа. А без рук, які б вправно тримали лінійку чи компас, ми б, напевне, не розмірковували про кола й трикутники. Людська математика віддзеркалює погляд людей на їхній світ. Але істоти, які мають геть інше тіло, імовірно, не можуть її зрозуміти так само.



Dem.

$$*54.43 \vdash \alpha, \beta \in 1. \supset \alpha \cap \beta = \Lambda. \equiv. \alpha \cup \beta \in 2$$

$$\vdash. *54.26. \supset \vdash \alpha = \iota'x. \beta = \iota'y. \supset \alpha \cup \beta \in 2. \equiv. x \neq y$$

[*51.231]

$$\equiv. \iota'x \cap \iota'y = \Lambda.$$

[*13.17]

$$\equiv. \alpha \cap \beta = \Lambda \quad (1)$$

$$\vdash. (1). *11-11.35. \supset$$

$$\vdash. (\exists x, y). \alpha = \iota'x. \beta = \iota'y. \supset \alpha \cup \beta \in 2. \equiv. \alpha \cap \beta$$

$$\vdash. (2). *11.54. *52.1. \supset \vdash. \text{Prop}$$

From

1

position it will follow, when arithmetic

condition

has been defined, that $1+1=2$.

$$*110.643 \vdash. 1+1=2$$

Dem.

$$\vdash. *110.632. *101.21.28. \supset$$

$$\vdash. 1+1 = \hat{\xi} \{ (\exists y). y \in \xi. \xi - \iota'y \in$$

$$[*54.3] = 2. \supset \vdash. \text{Prop}$$

The ar

ally useful.

It is used

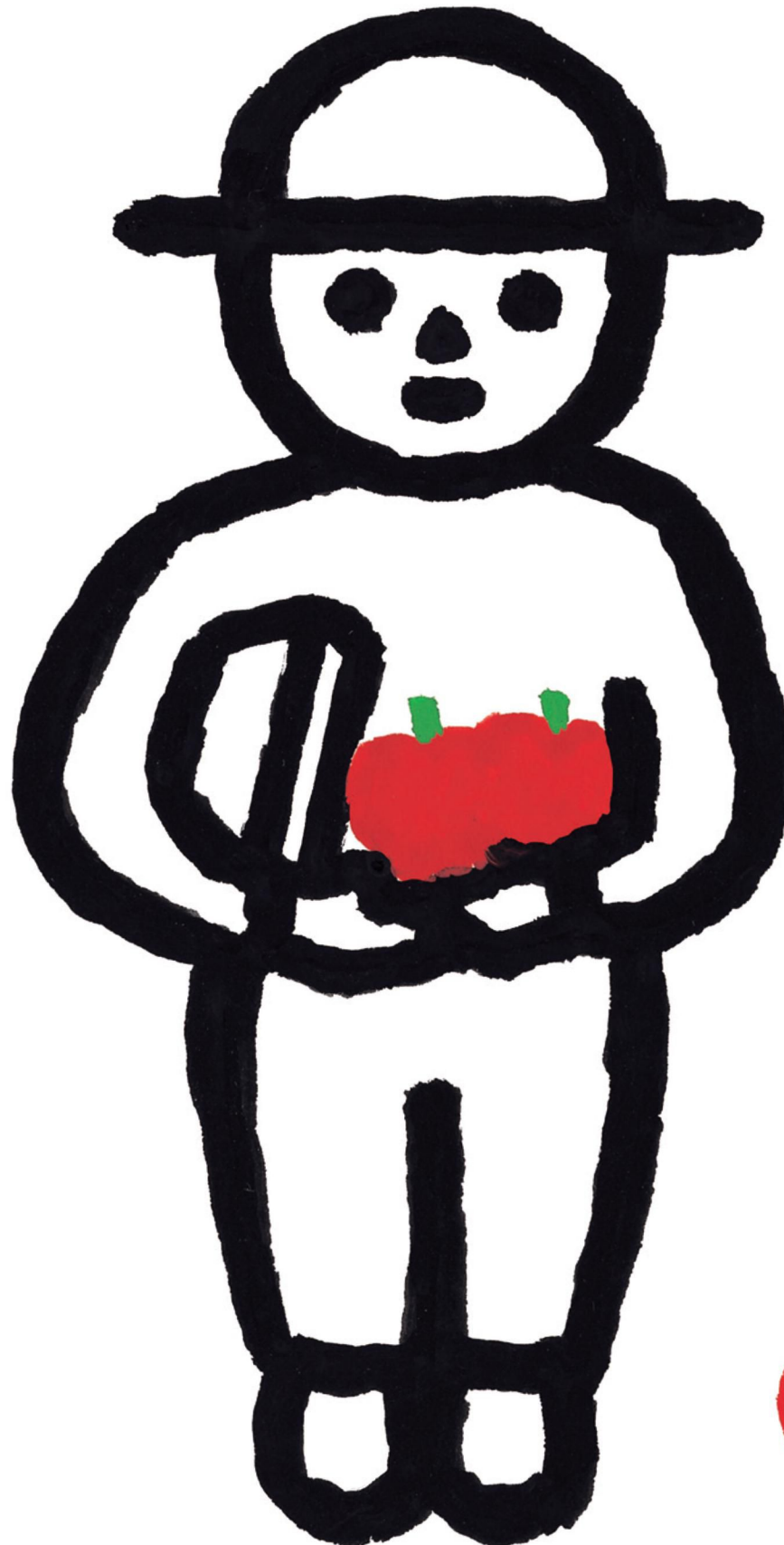
, three times, in *113.66 and

Із погляду мурахи людське тіло надзвичайно дивне. Протистояти силі земного тяжіння на двох ногах і ходити настільки незбалансованою ходою може тільки людина. Вона застуджується, коли потрапляє під дощ, тож не може жити без домівки. Тільки в людини настільки слабе тіло.

Людина відчайдушно прагне «вгору», хай що це буде — отримання золотої медалі чи бажання стати вправнішим. І пряма хода цілком може бути причиною. Стоячи прямо та високо тримаючи голову, не уникнути поділу понять «угорі» та «внизу».

У людини є два ока, які добре бачать. А ще вони завжди дивляться вперед. Ми впорядковуємо числа й записуємо їх у рядок (1, 2, 3, 4...), щоб було зручно їх споглядати. Якби людина мала очі з боків чи на потилиці, то цілком імовірно, що й числа б записувала по спіралі — щоб вони її оточували.

Людська математика відштовхується від особливостей тіла людини. Якою б була математика мурашок, чиї тіла так відрізняються від людських? Тому я вирішив спробувати поговорити з ними на цю тему.




Мурахи з'явилися на Землі за мільярд років до появи людини. Якби була можливість поговорити з мурахами про числа й розділити з ними щастя математики, це було б чудово! Можливо, у такій розмові виникли б ідеї, яких люди не змогли б осмислити чи уявити собі.

«Стривайте, — подумав я. — Чи розуміють мурахи лічбу?»

У мурах немає пальців, щоб рахувати. Як і немає здатності охоплювати поглядом багато речей водночас. Якщо вони й підіймають їжу, то по одному шматочку за раз. Мурахи ніколи не тримають у лапках двох різних речей водночас. Якщо відштовхуватися від цього, то чи розуміють вони числа взагалі?

Усе одно мені потрібно провести науковий експеримент. У глибині серця я вже вирішив, що торкнуся цієї теми в розмові з мурахами.



Як тільки закінчився дощ,
робочі мурахи почали снувати по землі.

На її поверхні немає видимих доріжок.
Є лише стежечки, позначені запахом
у повітрі, і вони розходяться навсібіч.

Я пішов у напрямку,
що мав свіжий фруктовий аромат.

Хоч я й кажу «пішов»,
але це було досить швидко. Кінцівки
в мурах дуже витривалі, тож комахи
запросто можуть рухатися всім тілом
так, що аж вітерець підіймається.